

MỤC LỤC

| | | |
|-------|---|----|
| 1 | Tọa độ của Vec - tơ trong không gian | 2 |
| <hr/> | | |
| | A Đề 1 | 2 |
| <hr/> | | |
| | B Đề 2 | 5 |
| <hr/> | | |
| 2 | Các số đặc trưng đo mức độ phân tán cho số liệu ghép nhóm | 9 |
| <hr/> | | |
| | A Đề 1 | 9 |
| <hr/> | | |
| | B Đề 2 | 17 |
| <hr/> | | |
| 3 | Nguyên hàm | 24 |
| <hr/> | | |
| | A Đề 1 | 24 |
| <hr/> | | |
| | B Đề 2 | 28 |
| <hr/> | | |

BÀI 1. TỌA ĐỘ CỦA VEC - TƠ TRONG KHÔNG GIAN

A. ĐỀ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Gọi M và P lần lượt là trung điểm của AB và CD . Đặt $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$, $\vec{AD} = \vec{d}$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} + \vec{b})$. B. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{d} + \vec{c} - \vec{b})$.
 C. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{b} - \vec{d})$. D. $\vec{MP} = \frac{1}{2}(\vec{c} + \vec{d} - \vec{b})$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$. M là điểm xác định bởi $\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. M là trung điểm BB' . B. M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.
 C. M là tâm hình bình hành $ABB'A'$. D. M là trung điểm CC' .

Câu 3. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có $\vec{AA'} = \vec{a}$, $\vec{AB} = \vec{b}$, $\vec{AC} = \vec{c}$. Hãy phân tích (biểu thị) vectơ $\vec{BC'}$ qua các vectơ \vec{a} , \vec{b} , \vec{c}

- A. $\vec{BC'} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$. B. $\vec{BC'} = -\vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$.
 C. $\vec{BC'} = -\vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$. D. $\vec{BC'} = \vec{a} - \vec{b} + \vec{c}$.

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-2; 0; 3)$. Khẳng định nào dưới đây là sai?

- A. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; -2; 5)$. B. $\vec{a} - \vec{b} = (3; -2; -1)$.
 C. $3\vec{a} = (3; -2; 2)$. D. $2\vec{a} + \vec{b} = (0; -4; 7)$.

Câu 5. Cho ba điểm $A(1; 3; 5)$, $B(2; 0; 1)$, $C(0; 9; 0)$. Tọa độ trọng tâm G của tam giác ABC là

- A. $G(3; 12; 6)$. B. $G(1; 5; 2)$. C. $G(1; 0; 5)$. D. $G(1; 4; 2)$.

Câu 6. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$ cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0)$, $\vec{b} = (1; 1; 0)$, $\vec{c} = (1; 1; 1)$. Mệnh đề nào dưới đây sai?

- A. $\vec{b} \perp \vec{c}$. B. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. C. $\vec{b} \perp \vec{a}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Câu 7. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$ cho $\vec{x} = 2\vec{i} + 3\vec{j} - \vec{k}$. Tọa độ của \vec{x} là

- A. $\vec{x} = (2; -1; 3)$. B. $\vec{x} = (-1; 2; 3)$. C. $\vec{x} = (2; 3; -1)$. D. $\vec{x} = (3; 2; -1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho hai điểm $A(2; 1; -1)$, $B(1; 2; 3)$. Độ dài đoạn thẳng AB bằng

- A. $3\sqrt{2}$. B. 18. C. $\sqrt{3}$. D. $\sqrt{22}$.

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho hai vectơ \vec{u} và \vec{v} tạo với nhau một góc 120° và $|\vec{u}| = 2, |\vec{v}| = 5$. Tính $|\vec{u} + \vec{v}|$

- A. $\sqrt{19}$. B. -5 . C. 7 . D. $\sqrt{39}$.

Câu 10. Trong không gian với hệ trục tọa độ $Oxyz$, cho hai vectơ $\vec{u}(2; 3; -1)$ và $\vec{v}(5; -4; m)$. Tìm m để $\vec{u} \perp \vec{v}$.

- A. $m = 0$. B. $m = 2$. C. $m = 4$. D. $m = -2$.

Câu 11. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba vectơ $\vec{a} = (-1; 1; 0), \vec{b} = (1; 1; 0), \vec{c} = (1; 1; 1)$. Trong các mệnh đề sau, mệnh đề nào sai?

- A. $|\vec{a}| = \sqrt{2}$. B. $\vec{a} \perp \vec{b}$. C. $\vec{b} \perp \vec{c}$. D. $|\vec{c}| = \sqrt{3}$.

Câu 12. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $A(3; -4; 0), B(-1; 1; 3), C(3, 1, 0)$. Tìm tọa độ điểm D trên trục hoành sao cho $AD = BC$.

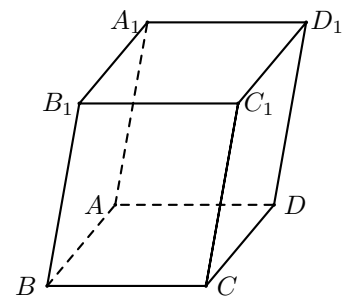
- A. $D(-2; 1; 0), D(-4; 0; 0)$. B. $D(0; 0; 0), D(-6; 0; 0)$.
C. $D(6; 0; 0), D(12; 0; 0)$. D. $D(0; 0; 0), D(6; 0; 0)$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1.

Cho hình hộp $ABCD.A_1B_1C_1D_1$. Khi đó

- a) $\vec{BC} + \vec{BA} = \vec{B_1C_1} + \vec{B_1A_1}$.
b) $\vec{AD} + \vec{D_1C_1} + \vec{D_1A_1} = \vec{DC}$.
c) $\vec{BC} + \vec{BA} + \vec{BB_1} = \vec{BD_1}$.
d) $\vec{BA} + \vec{DD_1} + \vec{BD_1} = \vec{BC}$.



Câu 2. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 3 vectơ $\vec{a} = (1; 2; 3); \vec{b} = (0; -1; 1); \vec{c} = (1; 5; 2)$. Khi đó

- a) Tọa độ của vectơ $\vec{u} = \vec{a} + \vec{b} - \vec{c}$ là $(0; -4; 2)$.
b) Tọa độ của vectơ $\vec{v} = 2\vec{a} + 3\vec{b} + \vec{c}$ là $(3; 6; 11)$.
c) Giá trị $\vec{a} \cdot \vec{c}$ bằng 17.
d) Giá trị $\cos(\vec{a}; \vec{b})$ là $\frac{1}{2\sqrt{7}}$.

Câu 3. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(0; 1; -2); B(2; 1; 0); C(1; 4; 5)$. Khi đó

- a) Tọa độ trọng tâm tam giác ABC là $G(1; 2; 1)$.
b) Nếu D có tọa độ $(-1; 4; 3)$ thì $ABCD$ là hình bình hành.
c) Cosin góc \widehat{ABC} là $\frac{-4}{\sqrt{70}}$.

d) Điểm M thuộc trục Ox sao cho $MB = MC$ có tọa độ $M\left(\frac{37}{2}; 0; 0\right)$.

Câu 4. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho các điểm $M(-1; 1; 2); N(1; 4; 3); P(5; 10; 5)$.

Khi đó

- a) $MN = \sqrt{14}$.
- b) Các điểm O, N, P thẳng hàng.
- c) Trung điểm của NP là $I(3; 7; 4)$.
- d) M, N, P là ba đỉnh của một tam giác.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AC và BD của tứ diện $ABCD$. Gọi I là trung điểm đoạn MN và P là 1 điểm bất kỳ trong không gian. Tìm giá trị của k thích hợp điền vào đẳng thức vectơ: $\vec{PI} = k(\vec{PA} + \vec{PB} + \vec{PC} + \vec{PD})$ KQ:

Câu 2. Cho hình chóp $S.ABC$ có $SA = SB = SC = AB = AC = a$ và $BC = a\sqrt{2}$. Tính góc giữa hai vectơ \vec{AB} và \vec{SC} . KQ:

Câu 3. Trong không gian cho 2 vectơ \vec{a} và \vec{b} tạo với nhau một góc 120° . Biết rằng $|\vec{a}| = 3$ và $|\vec{b}| = 5$. Tính $|\vec{a} - \vec{b}|$. KQ:

Câu 4. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 2 vectơ $\vec{u} = (x; 2x - 3; 2)$ và $\vec{v} = (y; -4; 8)$. Tìm $x^2 + y^2$ biết rằng \vec{u} và \vec{v} cùng phương. KQ:

Câu 5. Trong không gian tọa độ $Oxyz$ cho 3 điểm $A(2; 5; 3); B(3; 7; 4); C(x; y; 6)$. Tính $x + y$ biết rằng A, B, C thẳng hàng. KQ:

Câu 6. Trong không gian với hệ tọa độ $Oxyz$, cho ba điểm $A(1; -1; 3), B(2; -3; 5), C(-1; -2; 6)$. Biết điểm $M(a; b; c)$ thỏa mãn $\vec{MA} + 2\vec{MB} - 2\vec{MC} = \vec{0}$, tính $T = a - b + c$. KQ:

B. ĐỀ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Lấy G là trọng tâm của tam giác BCD . Khẳng định nào sau đây là **sai**?

- A. $\vec{BG} + \vec{CG} + \vec{DG} = \vec{0}$.
 B. $\vec{AB} + \vec{AC} + \vec{AD} = 3\vec{AG}$.
 C. $\vec{BC} + \vec{BD} = 3\vec{BG}$.
 D. $\vec{GA} + \vec{GB} + \vec{GD} = \vec{0}$.

Câu 2. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Lấy M là trung điểm của đoạn thẳng CC' . Véc-tơ \vec{AM} bằng

- A. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.
 B. $\vec{AB} + \vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AA'}$.
 C. $\vec{AB} + \frac{1}{2}\vec{AD} + \frac{1}{2}\vec{AA'}$.
 D. $\frac{1}{2}\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'}$.

Câu 3. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$. Khẳng định nào dưới đây **sai**?

- A. $\vec{AB} + \vec{CC'} = \vec{AB'}$.
 B. $\vec{AB} + \vec{AD} + \vec{AA'} = \vec{AC'}$.
 C. $\vec{AD} + \vec{BB'} = \vec{AD'}$.
 D. $\vec{AB} + \vec{CC'} = \vec{AC'}$.

Câu 4. Cho tứ diện đều $ABCD$ có độ dài cạnh bằng a , gọi M là trung điểm của đoạn thẳng CD . Tích vô hướng $\vec{AB} \cdot \vec{AM}$ bằng

- A. $\frac{a^2}{4}$.
 B. $\frac{a^2}{2}$.
 C. $\frac{a^2}{3}$.
 D. a^2 .

Câu 5. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (1; -2; 2)$, $\vec{b} = (-2; 0; 3)$. Khẳng định nào dưới đây là **sai**?

- A. $\vec{a} + \vec{b} = (-1; -2; 5)$.
 B. $\vec{a} - \vec{b} = (3; -2; -1)$.
 C. $3\vec{a} = (3; -2; 2)$.
 D. $2\vec{a} + \vec{b} = (0; -4; 7)$.

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, cho hình bình hành $ABCD$ có $A(-1; 0; 3)$, $B(2; 1; -1)$ và $C(3; 2; 2)$. Tọa độ điểm D là

- A. $(2; -1; 0)$.
 B. $(0; -1; -6)$.
 C. $(0; 1; 6)$.
 D. $(-2; 1; 0)$.

Câu 7. Trong không gian $Oxyz$, cho $A(1; 0; -1)$, $B(0; -1; 2)$ và $G(2; 1; 0)$. Biết tam giác ABC có trọng tâm là điểm G . Tọa độ của điểm C là

- A. $(5; 4; -1)$.
 B. $(-5; -4; 1)$.
 C. $(1; 2; -1)$.
 D. $(-1; -2; 1)$.

Câu 8. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; -3)$, $\vec{b} = (-2; -1; 2)$. Tích vô hướng $\vec{a} \cdot \vec{b}$ bằng

- A. -2 .
 B. -11 .
 C. 11 .
 D. 2 .

Câu 9. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (2; 1; -2)$, $\vec{b} = (0; -1; 1)$. Góc giữa hai véc-tơ \vec{a} , \vec{b} bằng

- A. 60° .
 B. 135° .
 C. 120° .
 D. 45° .

Câu 10. Trong không gian $Oxyz$, cho $\vec{a} = (-2; 2; 2)$, $\vec{b} = (1; -1; -2)$. Cô-sin của góc giữa hai véc-tơ \vec{a} , \vec{b} bằng

- A. $\frac{-2\sqrt{2}}{3}$. B. $\frac{2\sqrt{2}}{3}$. C. $\frac{\sqrt{2}}{3}$. D. $\frac{-\sqrt{2}}{3}$.

Câu 11. Trong không gian $Oxyz$, cho tam giác ABC có $A(1; 0; 1)$, $B(0; 2; 3)$, $C(2; 1; 0)$. Độ dài đường trung tuyến AM là

- A. $\frac{1}{2}$. B. $\frac{\sqrt{11}}{2}$. C. $\frac{\sqrt{12}}{2}$. D. $\frac{\sqrt{10}}{2}$.

Câu 12. Cho ba lực $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ lần lượt có cường độ $2N, 4N, 5N$ được đặt vào chất điểm M . Biết rằng góc tạo bởi hai lực bất kì trong ba lực đều bằng 60° . Cường độ của hợp lực tác dụng lên M là

- A. $45N$. B. $\sqrt{45}N$. C. $\sqrt{83}N$. D. $83N$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho tứ diện $ABCD$. Khi đó

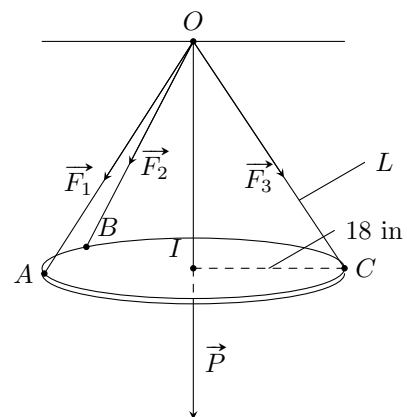
- a) $\vec{AB} + \vec{CD} = \vec{AC} + \vec{DB}$. b) $\vec{AC} + \vec{BD} = \vec{AB} + \vec{CD}$.
 c) $\vec{AD} + \vec{BC} = \vec{AB} + \vec{DC}$. d) $\vec{BA} + \vec{CD} = \vec{BD} + \vec{CA}$.

Câu 2. Cho ba điểm $A(2; 1; -1)$, $B(3; 2; 0)$ và $C(2; -1; 3)$.

- a) Ba điểm A, B, C là ba đỉnh của một tam giác.
 b) Chu vi tam giác ABC khoảng $10,56$.
 c) Tọa độ $M\left(\frac{5}{2}; \frac{3}{2}; -2\right)$ là trung điểm cạnh AB của tam giác ABC .
 d) Tọa độ $G\left(\frac{7}{3}; \frac{2}{3}; \frac{2}{3}\right)$ là trọng tâm của tam giác ABC .

Câu 3.

Một chiếc đèn tròn được treo song song với mặt phẳng nằm ngang bởi ba sợi dây không dẫn xuất phát từ điểm O trên trần nhà lần lượt buộc vào ba điểm A, B, C trên đèn tròn sao cho tam giác ABC đều (Hình vẽ bên). Độ dài của ba đoạn dây OA, OB, OC đều bằng L . Trọng lượng của chiếc đèn là 24 N và bán kính của chiếc đèn là 18 in ($1\text{ inch} = 2,54\text{ cm}$). Gọi F là độ lớn của các lực căng $\vec{F}_1, \vec{F}_2, \vec{F}_3$ trên mỗi sợi dây. Khi đó $F = F(L)$ là một hàm số với biến số là L .

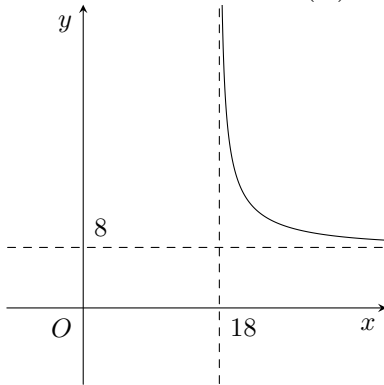


- a) Công thức tính hàm số $F = F(L) = \frac{8L}{\sqrt{L^2 - 18^2}}$.

b) Bảng biến thiên của hàm số $F = F(L)$ là

| | | |
|------|-----------|-----------|
| L | 18 | $+\infty$ |
| F' | | - |
| F | $+\infty$ | 8 |

c) Đồ thị hàm số $F = F(L)$ là



d) Biết rằng mỗi sợi dây đó được thiết kế để chịu được lực căng tối đa là 10 N. Chiều dài tối thiểu của mỗi sợi dây là 30 inch.

Câu 4. Cho hình hộp $ABCD.A'B'C'D'$ có tâm O . Đặt $\vec{AB} = \vec{a}$, $\vec{BC} = \vec{b}$. M là điểm xác định bởi $\vec{OM} = \frac{1}{2}(\vec{a} - \vec{b})$. Khi đó

- a) M là tâm hình bình hành $ABB'A'$.
- b) M là tâm hình bình hành $BCC'B'$.
- c) M là trung điểm BB' .
- d) M là trung điểm CC' .

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hình lập phương $ABCD.A'B'C'D'$ có cạnh bằng a . Gọi M, N lần lượt là trung điểm của các cạnh AA' và CC' . Tính góc giữa hai véc-tơ \vec{MN} và \vec{AD}' . KQ:

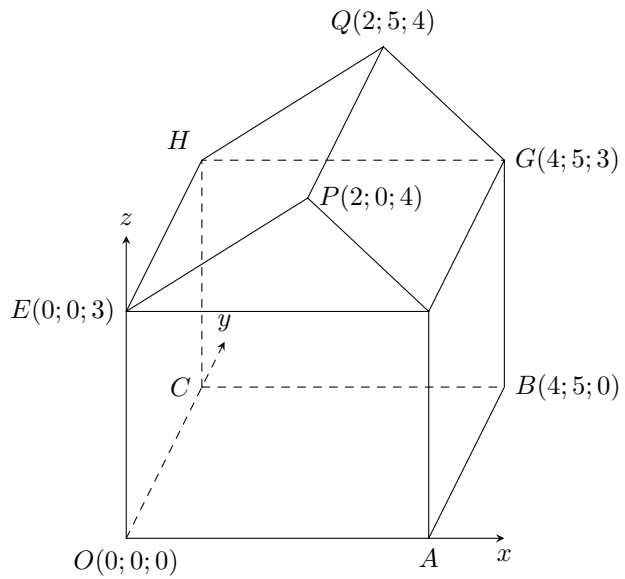
Câu 2. Cho $\vec{u} = (2; -5; 3)$, $\vec{v} = (0; 2; -1)$, $\vec{w} = (1; 7; 2)$. Tìm tung độ của véc-tơ $\vec{a} = \vec{u} - 4\vec{v} - 2\vec{w}$. KQ:

Câu 3. Cho ba điểm $A(0; 1; 2)$, $B(1; 2; 3)$, $C(1; -2; -5)$. Gọi M là điểm nằm trên đoạn thẳng BC sao cho $MB = 3MC$. Tính độ dài của AM^2 . KQ:

Câu 4. Trong không gian $Oxyz$, cho các điểm $A(2; -1; 3)$, $B(1; 1; -1)$ và $C(-1; 0; 2)$. Tính $x + y + z$ biết tọa độ điểm $M(x; y; z)$ thuộc trục Oz sao cho đường thẳng BM vuông góc với đường thẳng AC . KQ:

Câu 5.

Hình minh họa sơ đồ một ngôi nhà trong hệ trục tọa độ $Oxyz$, trong đó nền nhà, bốn bức tường và hai mái nhà đều là hình chữ nhật. Tính góc dốc của mái nhà, tức là tìm số đo của góc nhị diện có cạnh là đường thẳng FG , hai mặt lần lượt là $(FGQP)$ và $(FGHE)$ (làm tròn kết quả đến hàng phần mười của độ).



KQ:

Câu 6. Trong không gian $Oxyz$, lực không đổi $\vec{F} = 3\vec{i} + 5\vec{j} + 10\vec{k}$ làm di chuyển một vật dọc theo đoạn thẳng từ $M(1;0;2)$ đến $N(5;3;8)$. Tìm công sinh ra nếu khoảng cách được tính bằng mét và lực được tính bằng newton.

KQ:

BÀI 2. CÁC SỐ ĐẶC TRƯNG ĐO MỨC ĐỘ PHÂN TÁN CHO SỐ LIỆU GHÉP NHÓM

A. ĐỀ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho mẫu số liệu ghép nhóm có tứ phân vị thứ nhất, thứ hai, thứ ba lần lượt là Q_1, Q_2, Q_3 . Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó bằng

- A. $2Q_2$. B. $Q_1 - Q_3$. C. $Q_3 - Q_1$. D. $Q_3 + Q_1 - Q_2$.

Câu 2. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tuổi thọ | [14; 15) | [15; 16) | [16; 17) | [17; 18) | [18; 19) |
| Số con hổ | 1 | 3 | 8 | 6 | 2 |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu ghép nhóm này là

- A. 3. B. 4. C. 5. D. 6.

Câu 3. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tuổi thọ | [14; 15) | [15; 16) | [16; 17) | [17; 18) | [18; 19) |
| Số con hổ | 1 | 3 | 8 | 6 | 2 |

Nhóm chứa tứ phân vị thứ nhất là

- A. [14; 15). B. [15; 16). C. [16; 17). D. [17; 18).

Câu 4. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tuổi thọ | [14; 15) | [15; 16) | [16; 17) | [17; 18) | [18; 19) |
| Số con hổ | 1 | 3 | 8 | 6 | 2 |

Nhóm chứa tứ phân vị thứ ba là

- A. [15; 16). B. [16; 17). C. [17; 18). D. [18; 19).

Câu 5. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tuổi thọ | [14; 15) | [15; 16) | [16; 17) | [17; 18) | [18; 19) |
| Số con hổ | 1 | 3 | 8 | 6 | 2 |

Số đặc trưng nào không sử dụng thông tin của nhóm số liệu đầu tiên và nhóm số liệu cuối cùng.

- A. Khoảng biến thiên.
- B. Khoảng tứ phân vị.
- C. Phương sai.
- D. Độ lệch chuẩn.

Câu 6. Một vườn thú ghi lại tuổi thọ (đơn vị: năm) của 20 con hổ và thu được kết quả như sau

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Tuổi thọ | [14; 15) | [15; 16) | [16; 17) | [17; 18) | [18; 19) |
| Số con hổ | 1 | 3 | 8 | 6 | 2 |

Nếu thay tất cả các tần số trong mẫu số liệu ghép nhóm trên bằng 4 thì số đặc trưng nào sau đây không thay đổi?

- A. Khoảng biến thiên.
- B. Khoảng tứ phân vị.
- C. Phương sai.
- D. Độ lệch chuẩn.

Câu 7. Cho mẫu số liệu thống kê {1; 2; 3; 4; 5; 6; 7; 8; 9}. Tính (gần đúng) độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên.

- A. 2,45.
- B. 2,58.
- C. 6,67.
- D. 6,0.

Câu 8. Cho mẫu số liệu thống kê {2, 4, 6, 8, 10}. Phương sai của mẫu số liệu trên bằng bao nhiêu?

- A. 6.
- B. 8.
- C. 10.
- D. 40.

Câu 9. Cho dãy số liệu thống kê 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7. Phương sai của mẫu số liệu thống kê đã cho là

- A. 1.
- B. 2.
- C. 3.
- D. 4.

Câu 10. Cho mẫu số liệu 10, 8, 6, 2, 4. Độ lệch chuẩn của mẫu là

- A. 8.
- B. 2,4.
- C. 6.
- D. 2,8.

Câu 11. Bảng số liệu sau cho biết thời gian làm bài tính bằng phút của 50 học sinh.

| | | | | | | | | | | | |
|------------|---|---|---|---|---|---|---|----|----|----|--------|
| Thời gian | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 | |
| Tần số (n) | 1 | 3 | 4 | 7 | 8 | 9 | 8 | 5 | 3 | 2 | N = 50 |

Tìm độ lệch chuẩn của mẫu số liệu thống kê trên.

- A. $\delta \approx 2,15$.
- B. $\delta \approx 2,14$.
- C. $\delta \approx 2,16$.
- D. $\delta \approx 2,13$.

Câu 12. Sản lượng lúa (đơn vị ha) của 40 thửa ruộng có cùng diện tích được trình bày trong bảng số liệu sau

| | | | | | | |
|-----------|----|----|----|----|----|--------|
| Sản lượng | 20 | 21 | 22 | 23 | 24 | |
| Tần số | 5 | 8 | 11 | 10 | 6 | N = 40 |

Tính phương sai của bảng số liệu.

- A. 1,55. B. 1,53. C. 1,52. D. 1,54.

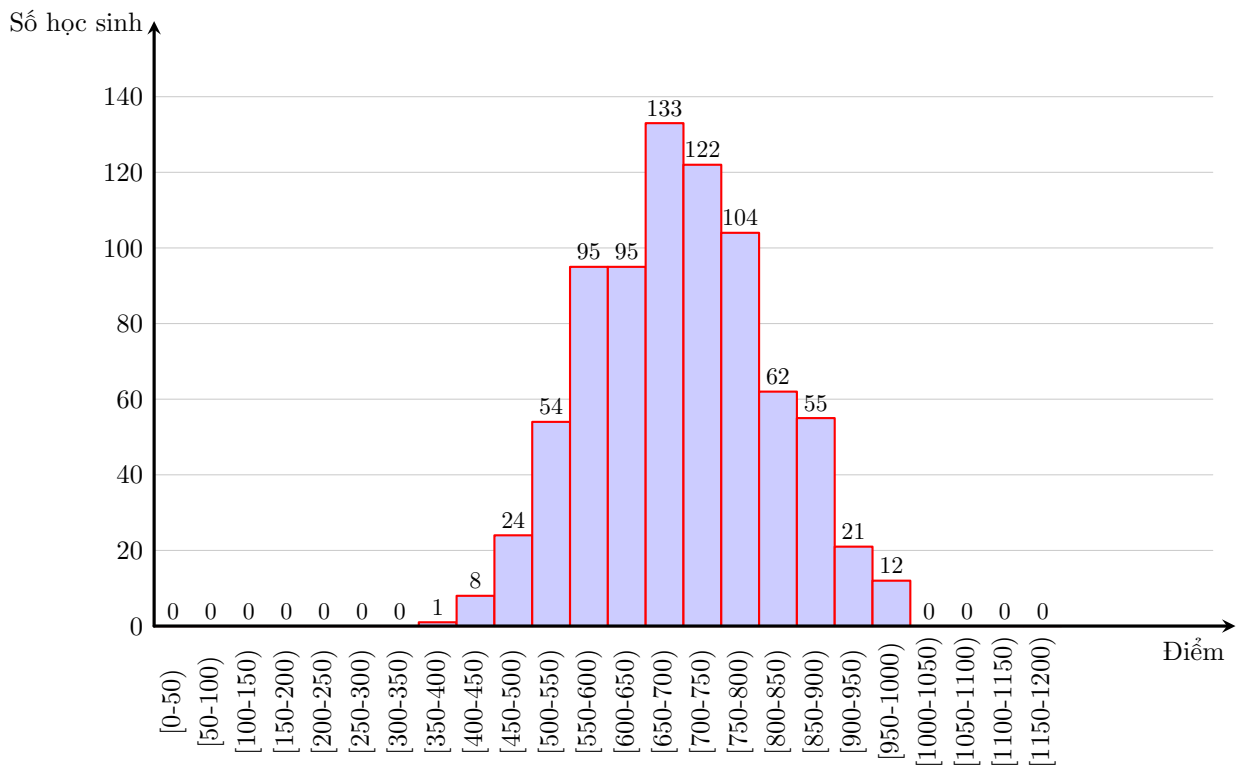
PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Một trường trung học phổ thông thống kê lại chiều cao của một số học sinh và được tổng hợp ở bảng bên dưới.

| Nhóm | Chiều cao (cm) | Giá trị đại diện (cm) | Số học sinh |
|------|----------------|-----------------------|-------------|
| 1 | [150; 153) | 151,5 | 7 |
| 2 | [153; 156) | 154,5 | 13 |
| 3 | [156; 159) | 157,5 | 40 |
| 4 | [159; 162) | 160,5 | 21 |
| 5 | [162; 165) | 163,5 | 13 |
| 6 | [165; 168) | 166,5 | 6 |

| Phát biểu | Đ | S |
|--|---|---|
| a) Khoảng biến thiên về chiều cao của các học sinh bằng 18 cm. | | |
| b) Giá trị tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên là $Q_1 = 156,375$. | | |
| c) Giá trị tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu trên là $Q_3 = 160,5$. | | |
| d) Mẫu số liệu ghép nhóm trên không có giá trị ngoại lệ. | | |

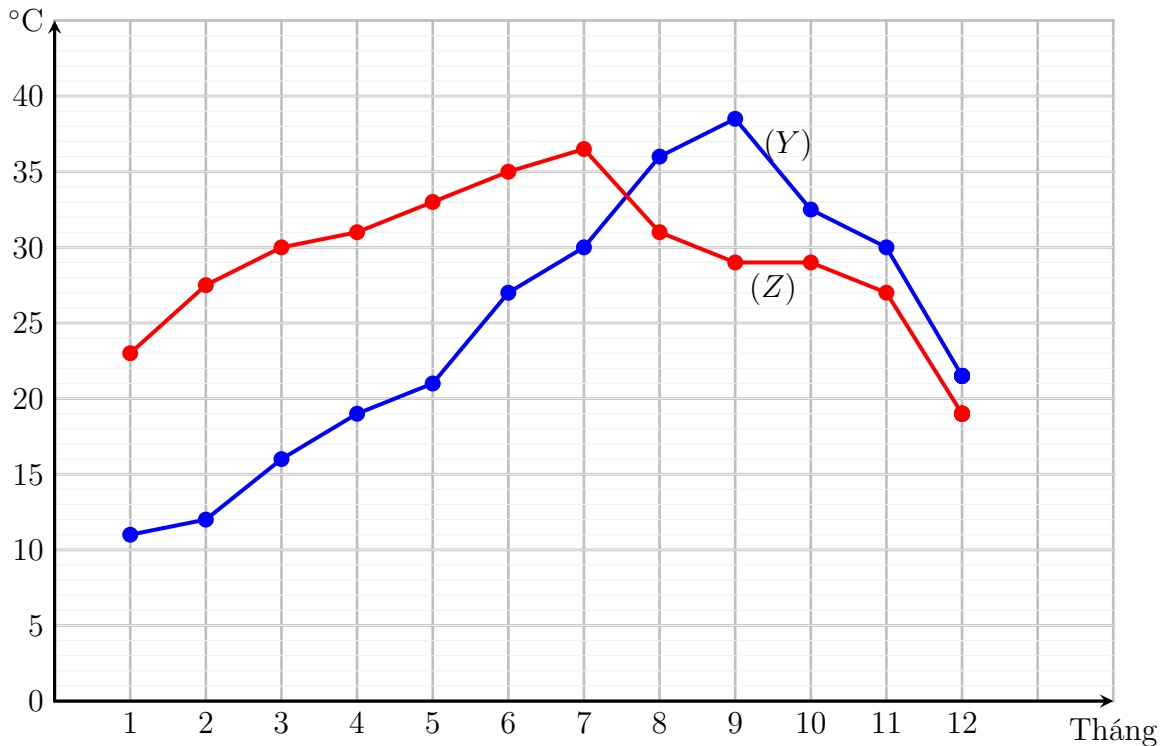
Câu 2. Điểm thi đánh giá năng lực của một trường đại học vào năm 2024 có biểu đồ như hình bên dưới.



| Phát biểu | Đ | S |
|---|---|---|
| a) Có 140 học sinh tham gia kì thi đánh giá năng lực. | | |
| b) Giá trị đại diện cho nhóm chứa tứ phân vị thứ ba của mẫu số liệu ghép nhóm là 775. | | |
| c) Giá trị tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm là $Q_1 = 625$. | | |
| d) Mẫu số liệu ghép nhóm trên có giá trị ngoại lệ $x \in [350; 400)$. | | |

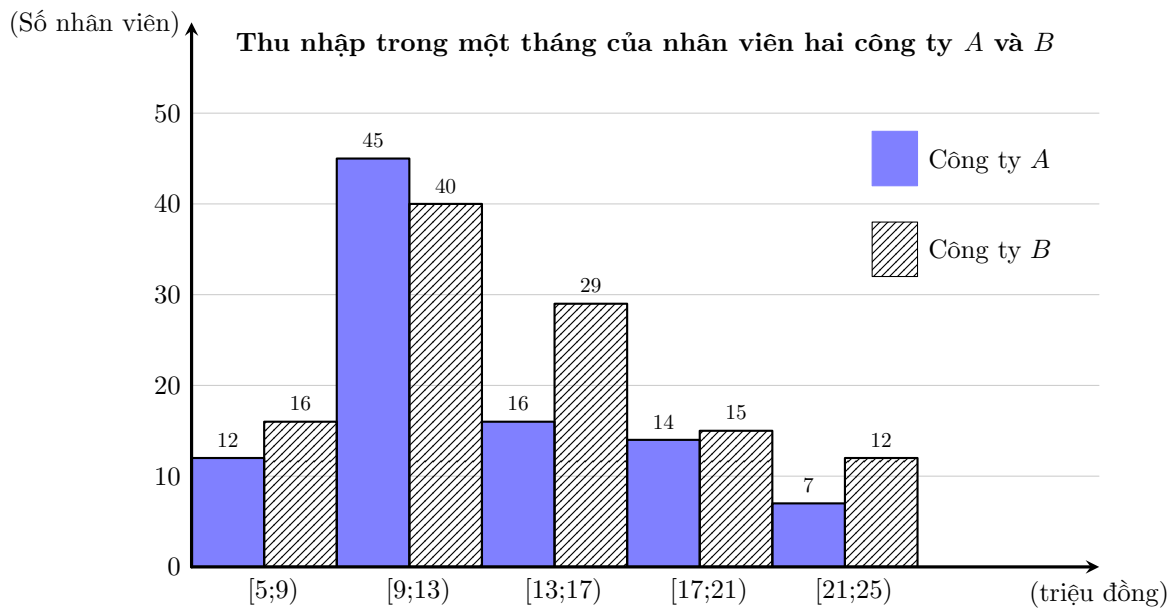
Câu 3. Hình bên dưới là biểu đồ biểu diễn nhiệt độ trung bình hàng tháng của hai địa phương Y và Z.

Biểu đồ nhiệt trung bình hằng tháng của hai địa phương Y và Z



| Phát biểu | Đ | S |
|--|---|---|
| a) Với độ dài các nhóm là 5 và đầu mút phải của nhóm cuối cùng là 40 thì bảng số số liệu ghép nhóm về nhiệt độ trung bình của hai địa phương Y, Z đều có 6 nhóm. | | |
| b) Giá trị tứ phân vị thứ nhất của địa phương Y bằng 17,5. | | |
| c) Giá trị tứ phân vị thứ ba của địa phương Z bằng 32,5. | | |
| d) Nếu so sánh theo độ lệch chuẩn thì nhiệt độ trung bình trong một năm của địa phương Y ít phân tán hơn địa phương Z. | | |

Câu 4. Thống kê lại thu nhập trong một tháng của nhân viên hai công ty A và B (đơn vị: triệu đồng) được thể hiện trong biểu đồ dưới đây.



| Phát biểu | Đ | S |
|--|---|---|
| a) Có 14 nhân viên của công ty A thu nhập từ 17 triệu đồng đến 21 triệu đồng trong một tháng. | | |
| b) Thu nhập trung bình mỗi tháng của nhân viên công ty A cao hơn nhân viên công ty B. | | |
| c) Nếu so sánh về phương sai thì thu nhập mỗi tháng của nhân viên công ty A ít phân tán hơn nhân viên công ty B. | | |
| d) Nếu so sánh về khoảng tứ phân vị thì thu nhập trung bình mỗi tháng của công ty B đồng đều hơn công ty A. | | |

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Bạn Trang thống kê lại chiều cao (đơn vị: cm) của các bạn học sinh nữ lớp 12C và lớp 12D ở bảng sau.

| Lớp | Chiều cao | [155; 160) | [160; 165) | [165; 170) | [170; 175) | [175; 180) | [180; 185) |
|-----|-----------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| 12C | | 2 | 7 | 12 | 3 | 0 | 1 |
| 12D | | 5 | 9 | 8 | 2 | 1 | 0 |

Gọi Δ_Q và Δ'_Q lần lượt là độ phân tán của nửa giữa hai mẫu số liệu chiều cao của các học sinh nữ lớp 12C và 12D. Tính giá trị của biểu thức $\Delta'_Q - \Delta_Q$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

Câu 2. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

| | | | | | | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Thời gian (phút) | [15; 18) | [18; 21) | [21; 24) | [24; 27) | [27; 30) | [30; 33) |
| Số lượt | 22 | 38 | 27 | 8 | 4 | 1 |

Hãy tìm khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm ở dữ liệu trên sau khi đã loại bỏ các giá trị ngoại lệ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 3. Cho bảng biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về chiều cao của 42 mẫu cây ở một vườn thực vật (đơn vị centimet). Tính khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm đó (làm tròn kết quả đến hàng phần mười).

| Nhóm | Tần số | Tần số tích lũy |
|----------|----------|-----------------|
| [40; 45) | 5 | 5 |
| [45; 50) | 10 | 15 |
| [50; 55) | 7 | 22 |
| [55; 60) | 9 | 31 |
| [60; 65) | 7 | 38 |
| [65; 70) | 4 | 42 |
| | $n = 42$ | |

KQ:

Câu 4. Để đánh giá chất lượng một loại pin điện thoại mới, người ta ghi lại thời gian nghe nhạc liên tục của điện thoại được sạc đầy pin cho đến khi hết pin cho kết quả sau

| | | | | | |
|------------------------------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Thời gian (giờ) | [5; 5,5) | [5,5; 6) | [6; 6,5) | [6,5; 7) | [7; 7,5) |
| Số chiếc điện thoại (tần số) | 2 | 8 | 15 | 10 | 5 |

Tính phương sai của mẫu số liệu ghép nhóm trên (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

Câu 5. Bảng 1, Bảng 2 lần lượt biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về nhiệt độ không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Hà Nội và Huế (đơn vị: độ)

Bảng 1

| Nhóm | Giá trị đại diện | Tần số |
|--------------|------------------|----------|
| [16,8; 19,8) | 18,3 | 2 |
| [19,8; 22,8) | 21,3 | 3 |
| [22,8; 25,8) | 24,3 | 2 |
| [25,8; 28,8) | 27,3 | 1 |
| [28,8; 31,8) | 30,3 | 4 |
| | | $n = 12$ |

Bảng 2

| Nhóm | Giá trị đại diện | Tần số |
|--------------|------------------|----------|
| [16,8; 19,8) | 18,3 | 1 |
| [19,8; 22,8) | 21,3 | 2 |
| [22,8; 25,8) | 24,3 | 3 |
| [25,8; 28,8) | 27,3 | 2 |
| [28,8; 31,8) | 30,3 | 4 |
| | | $n = 12$ |

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Gọi s, s' lần lượt là độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm của Hà Nội và Huế. Tính giá trị của biểu thức $T = s - s'$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm). KQ:

Câu 6. Bảng 3 thống kê độ ẩm không khí trung bình các tháng năm 2021 tại Đà Lạt và Vũng Tàu (đơn vị: %).

| Tháng | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 | 10 | 11 | 12 |
|----------|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Đà Lạt | 83 | 79 | 79 | 87 | 87 | 87 | 88 | 89 | 90 | 91 | 88 | 86 |
| Vũng Tàu | 75 | 77 | 78 | 77 | 79 | 79 | 81 | 79 | 81 | 83 | 80 | 77 |

Bảng 3.

(Nguồn: Niên giám thống kê 2021, NXB Thống kê, 2022)

Gọi Δ_Q, Δ'_Q lần lượt là khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm của Đà Lạt và Vũng Tàu. Tính giá trị biểu thức $K = \Delta'_Q - \Delta_Q$ (kết quả làm tròn đến hàng phần trăm).

KQ:

B. ĐỀ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Phát biểu nào sau đây **sai**?

- A. Khoảng biến thiên đặc trưng cho độ phân tán của toàn bộ mẫu số liệu.
- B. Khoảng tứ phân vị đặc trưng cho độ phân tán của một nửa các số liệu, có giá trị thuộc đoạn từ Q_1 đến Q_3 trong mẫu.
- C. Khoảng tứ phân vị bị ảnh hưởng bởi các giá trị rất lớn hoặc rất bé trong mẫu.
- D. Khoảng tứ phân vị được dùng để xác định các giá trị ngoại lệ trong mẫu, đó là các giá trị quá nhỏ hay quá lớn so với đa số các giá trị trong mẫu.

Câu 2. Cho một mẫu dữ liệu đã được sắp xếp theo thứ tự không giảm $x_1 \leq x_2 \leq x_3 \leq \dots \leq x_n$. Khi đó khoảng biến thiên R của mẫu số liệu bằng

- A. $R = x_n - x_1$. B. $R = x_1 - x_n$. C. $R = \frac{x_n - x_1}{2}$. D. $R = \frac{x_1 - x_n}{2}$.

Câu 3. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

| | | | | | |
|----------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Tổng thu nhập (triệu đồng) | [200; 250) | [250; 300) | [300; 350) | [350; 400) | [400; 450) |
| Số hộ gia đình | 24 | 62 | 34 | 21 | 9 |

Khoảng biến thiên của mẫu số liệu trên là

- A. 250. B. 50. C. 25. D. 150.

Câu 4. Thống kê điểm thi đánh giá năng lực của một trường THPT qua thang điểm 100 được cho ở bảng sau:

| | | | | | |
|-------------|---------|----------|----------|----------|-----------|
| Điểm | [0; 20) | [20; 40) | [40; 60) | [60; 80) | [80; 100) |
| Số học sinh | 25 | 35 | 37 | 15 | 8 |

Trung vị của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [0; 20). B. [20; 40). C. [40; 60). D. [60; 80).

Câu 5. Đo cân nặng của 1 lớp gồm 40 học sinh lớp 12B được cho ở bảng sau:

| | | | | | | | | |
|-----------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Khối lượng (kg) | [40; 45) | [45; 50) | [50; 55) | [55; 60) | [60; 65) | [65; 70) | [70; 75) | [75; 80) |
| Số học sinh | 4 | 13 | 7 | 5 | 6 | 2 | 1 | 2 |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm thuộc khoảng nào sau đây?

- A. [40; 45]. B. [45; 50]. C. [50; 55]. D. [55; 60].

Câu 6. Một cuộc khảo sát đã tiến hành xác định tuổi (theo năm) của 120 chiếc ô tô. Kết quả điều tra được cho trong bảng sau:

| | | | | | |
|--------------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Số tuổi (theo năm) | [0; 4) | [4; 8) | [8; 12) | [12; 16) | [16; 20) |
| Số ô tô | 23 | 25 | 37 | 26 | 19 |

Có bao nhiêu ô tô có độ tuổi từ 12 đến dưới 16?

- A. 23. B. 25. C. 37. D. 26.

Câu 7. Anh Ba ghi nhận lại kết quả ném lao của mình ở cự li 30 lần được ghi ở bảng sau:

| | | | | | |
|-----------|------------|------------|--------------|--------------|--------------|
| Cự li (m) | [69,2; 70) | [70; 70,8) | [70,8; 71,6) | [71,6; 72,4) | [72,4; 73,2) |
| Số lần | 4 | 2 | 9 | 10 | 5 |

Cự li trung bình mỗi lần ném của anh Ba là

- A. 72,5. B. 70,5. C. 69,5. D. 71,5.

Câu 8. Bảng sau thống kê cân nặng của 50 quả xoài Thanh Ca được lựa chọn ngẫu nhiên sau khi thu hoạch ở một nông trường

| | | | | | |
|--------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Cân nặng (g) | [250; 290) | [290; 330) | [330; 370) | [370; 410) | [410; 450) |
| Số quả xoài | 3 | 13 | 18 | 11 | 5 |

Tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. $\frac{4149}{13}$. B. $\frac{4150}{13}$. C. $\frac{4151}{13}$. D. $\frac{4152}{13}$.

Câu 9. Cân nặng của một số quả mít trong một khu vườn được thống kê ở bảng sau

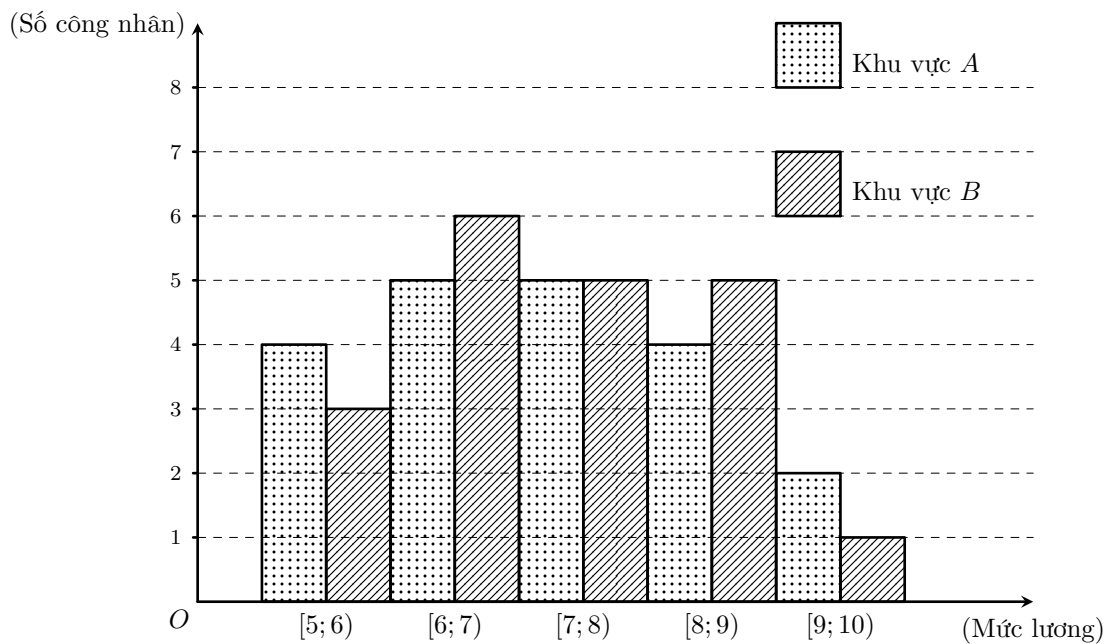
| | | | | | |
|---------------|--------|--------|---------|----------|----------|
| Cân nặng (kg) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) | [10; 12) | [12; 14) |
| Số quả mít | 6 | 12 | 19 | 9 | 4 |

Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu ghép nhóm trên gần với giá trị nào sau đây?

- A. 2,51. B. 1,12. C. 2,19. D. 2,67.

Câu 10. Biểu đồ dưới đây mô tả kết quả điều tra về mức lương khởi điểm (đơn vị: triệu đồng) của một số công nhân ở hai khu vực A và B.

Mức lương khởi điểm của công nhân ở hai khu vực A và B



Kết luận nào sau đây là đúng về mức lương khởi điểm nếu so sánh theo độ lệch chuẩn?

- A. Lương khởi điểm hai khu vực đồng đều như nhau.
- B. Lương khởi điểm ở khu vực A đồng đều hơn khu vực B.
- C. Lương khởi điểm ở khu vực B đồng đều hơn khu vực A.
- D. Không thể so sánh.

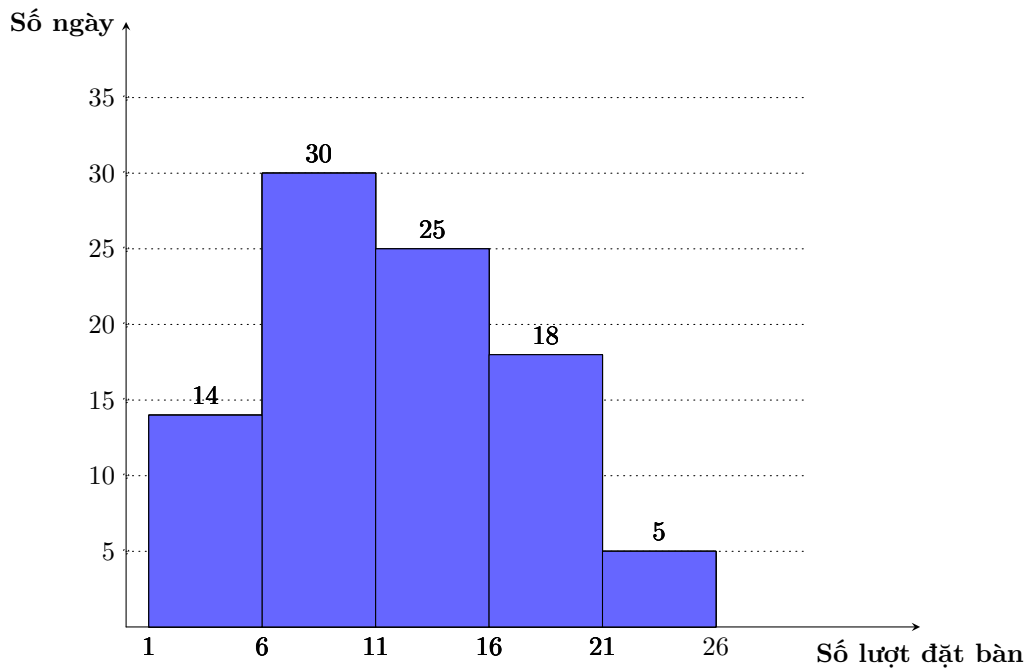
Câu 11. Kết quả đo chiều cao của 100 cây keo 3 năm tuổi tại một nông trường được cho ở bảng sau:

| Chiều cao (m) | [8,4; 8,6) | [8,6; 8,8) | [8,8; 9,0) | [9,0; 9,2) | [9,2; 9,4) |
|---------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số cây | 5 | 12 | 25 | 44 | 14 |

Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là

- A. 0,280.
- B. 0,282.
- C. 0,284.
- D. 0,286.

Câu 12. Biểu đồ dưới đây biểu diễn số lượt khách hàng đặt bàn qua hình thức trực tuyến mỗi ngày trong quý III năm 2022 của một nhà hàng. Cột thứ nhất biểu diễn số ngày có từ 1 đến dưới 6 lượt đặt bàn; cột thứ hai biểu diễn số ngày có từ 6 đến dưới 11 lượt đặt bàn;...



Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm cho bởi biểu đồ trên là

- A. 8,4. B. 8,5. C. 8,6. D. 8,7.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Thời gian luyện tập trong một ngày (tính theo giờ) của một số vận động viên được ghi lại ở bảng sau:

| Thời gian luyện tập (giờ) | [0; 2) | [2; 4) | [4; 6) | [6; 8) | [8; 10) |
|---------------------------|--------|--------|--------|--------|---------|
| Số vận động viên | 3 | 8 | 12 | 12 | 4 |

- a) Có tất cả 40 vận động viên được khảo sát.
- b) Khoảng biến thiên mẫu số liệu trên là $R = 10$ (giờ).
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu trên là $Q_2 = \frac{65}{12}$.
- d) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = \frac{25}{48}$.

Câu 2. Bảng tần số ghép nhóm số liệu dưới đây thống kê cân nặng của 40 học sinh lớp 12A trong một trường trung học phổ thông (đơn vị: kilôgam).

| Nhóm | Tần số | Tần số tích lũy |
|----------|----------|-----------------|
| [30; 40) | 2 | 2 |
| [40; 50) | 10 | 12 |
| [50; 60) | 16 | 28 |
| [60; 70) | 8 | 36 |
| [70; 80) | 2 | 38 |
| [80; 90) | 2 | 40 |
| | $n = 40$ | |

- a) Cân nặng trung bình của 40 học sinh trên là 56 kg.
- b) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu trên là $Q_2 = 50$ kg.
- c) Khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu trên là $\Delta_Q = 15$ kg.
- d) Trong bảng số liệu trên học sinh có cân nặng khoảng 54 kg chiếm nhiều nhất.

Câu 3. Thống kê tổng số giờ nắng trong tháng 9 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau trong các năm từ 2002 đến 2021 được thống kê như sau:

| Số giờ nắng | [80; 98) | [98; 116) | [116; 134) | [134; 152) | [152; 170) |
|-------------|----------|-----------|------------|------------|------------|
| Số năm | 3 | 6 | 3 | 5 | 3 |

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

- a) Giá trị đại diện của nhóm thứ ba là 125 giờ.
- b) Số giờ nắng trung bình của mẫu số liệu trên là 124,1 giờ.
- c) Tứ phân vị thứ hai của mẫu số liệu trên là 128 giờ.
- d) Độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên là $S = 23,795$ giờ..

Câu 4. Giá đóng cửa của một cổ phiếu là giá của cổ phiếu đó cuối một phiên giao dịch. Bảng sau thống kê giá đóng cửa (đơn vị: nghìn đồng) của hai mã cổ phiếu A và B trong 50 ngày giao dịch liên tiếp.

| Giá đóng cửa | [120; 122) | [122; 124) | [124; 126) | [126; 128) | [128; 130) |
|----------------------------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| Số ngày giao dịch của cổ phiếu A | 8 | 9 | 12 | 10 | 11 |
| Số ngày giao dịch của cổ phiếu B | 16 | 4 | 3 | 6 | 21 |

- a) Khoảng biến thiên trong mẫu số liệu trên bằng 10 nghìn đồng.
- b) Số trung bình của hai loại cổ phiếu trong mẫu số liệu trên là bằng nhau.
- c) Độ lệch chuẩn trong mẫu số liệu của cổ phiếu A là $S_A \approx 2,743$.

- d) Nếu dùng phương sai và độ lệch chuẩn để so sánh mức độ rủi ro của các loại cổ phiếu có giá trị trung bình gần bằng nhau, cổ phiếu nào có phương sai, độ lệch chuẩn cao hơn thì được coi là có độ rủi ro lớn hơn. Như vậy thì cổ phiếu A sẽ có rủi ro cao hơn.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Bảng sau thống kê tổng lượng mưa (đơn vị: mm) đo được vào tháng 7 từ năm 2002 đến 2021 tại một trạm quan trắc đặt ở Cà Mau.

| | | | | |
|---------------------|------------|------------|------------|------------|
| Nhóm lượng mưa (mm) | [140; 240) | [240; 340) | [340; 440) | [440; 540) |
| Tần số | 3 | 7 | 7 | 3 |

(Nguồn: Tổng cục Thống kê)

Tìm tứ phân vị thứ nhất của mẫu số liệu trên (kết quả làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

Câu 2. Hằng ngày ông Thắng đều đi xe buýt từ nhà đến cơ quan. Dưới đây là bảng thống kê thời gian của 100 lần ông Thắng đi xe buýt từ nhà đến cơ quan.

| | | | | | | |
|------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Thời gian (phút) | [15; 18) | [18; 21) | [21; 24) | [24; 27) | [27; 30) | [30; 33) |
| Số lượt | 22 | 38 | 27 | 8 | 4 | 1 |

Biết khoảng tứ phân vị của mẫu số liệu ghép nhóm trên là $\frac{a}{b}$ (tối giản), $a, b \in \mathbb{N}$. Tính giá trị biểu thức $a + b$.

KQ:

Câu 3. Bảng sau biểu diễn mẫu số liệu ghép nhóm về số tiền (đơn vị: nghìn đồng) mà 60 khách hàng mua sách ở một cửa hàng trong một ngày.

| | | | | | |
|--------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Nhóm | [40; 50) | [50; 60) | [60; 70) | [70; 80) | [80; 90) |
| Tần số | 3 | 6 | 19 | 23 | 9 |

Tính số tiền trung bình mà khách mua trong một ngày (làm tròn đến chữ số hàng đơn vị).

KQ:

Câu 4. Thống kê lợi nhuận hàng tháng (đơn vị: triệu đồng) trong 20 tháng của một nhà đầu tư được cho như sau:

| | | | | | |
|-----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| Lợi nhuận | [10; 20) | [20; 30) | [30; 40) | [40; 50) | [50; 60) |
| Số tháng | 2 | 4 | 8 | 4 | 2 |

Tính độ lệch chuẩn của mẫu số liệu trên (làm tròn đến một chữ số thập phân). KQ:

Câu 5. Người ta theo dõi sự thay đổi cân nặng, được tính bằng hiệu cân nặng trước và sau ba tháng áp dụng chế độ ăn kiêng của một số người cho kết quả như sau:

| | | | | | |
|------------------------|-----------|----------|----------|----------|----------|
| Thay đổi cân nặng (kg) | $[-1; 0)$ | $[0; 1)$ | $[1; 2)$ | $[2; 3)$ | $[3; 4)$ |
| Số người | 2 | 3 | 5 | 3 | 2 |

Tính phương sai của mẫu số liệu trên (làm tròn đến phần trăm). KQ:

Câu 6. Kết quả điều tra tổng thu nhập trong năm 2022 của một số hộ gia đình trong một địa phương được ghi lại ở bảng sau:

| | | | | | |
|----------------------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|
| Tổng thu nhập (triệu đồng) | $[200; 250)$ | $[250; 300)$ | $[300; 350)$ | $[350; 400)$ | $[400; 450)$ |
| Số hộ gia đình | 24 | 62 | 34 | 21 | 9 |

Tìm tứ phân vị Q_3 (làm tròn đến hàng đơn vị).

KQ:

BÀI 3. NGUYÊN HÀM

A. ĐỀ 1

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{5x}$ là

- A. $e^{5x} \ln 5$. B. $\frac{1}{5}e^{5x} + C$. C. $5e^{5x} + C$. D. e^{5x} .

Câu 2. Nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = e^x - 3e^{-x}$ thỏa mãn $F(0) = 4$ là

- A. $F(x) = e^x - 3e^{-x}$. B. $F(x) = e^x + 3e^{-2x}$.
C. $F(x) = e^x + 3e^{-x}$. D. $F(x) = e^x + 3e^{-x} + 4$.

Câu 3. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{x-1}$ và $F(2) = 1$. Tính $F(3)$.

- A. $F(3) = \ln 2 - 1$. B. $F(3) = \ln 2 + 1$. C. $F(3) = \frac{1}{2}$. D. $F(3) = \frac{7}{4}$.

Câu 4. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x$ là

- A. $\frac{84^x}{\ln 84} + C$. B. $\frac{2^{2x} \cdot 3^x \cdot 7^x}{\ln 2 \cdot \ln 3 \cdot \ln 7} + C$.
C. $84^x + C$. D. $84^x \cdot \ln 84 + C$.

Câu 5. Họ tất cả các nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{x^2 + 3x + 2}{x + 3}$ trên khoảng $(-3; +\infty)$ là

- A. $\frac{x^2}{2} + 2 \ln(x + 3) + C$. B. $x + 2 \ln(x + 3) + C$.
C. $\frac{x^2}{2} + \ln(x + 3) + C$. D. $\frac{x^2}{2} - 2 \ln(x + 3) + C$.

Câu 6. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{2x^2 - 3x + 1}$ là

- A. $\int f(x) dx = \frac{1}{2} \ln \left| \frac{x-1}{2x-1} \right| + C$. B. $\int f(x) dx = \frac{1}{3} \ln \left| \frac{x+2}{x-1} \right| + C$.
C. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{x-0,5} \right| + C$. D. $\int f(x) dx = \ln \left| \frac{x-1}{2x-1} \right| + C$.

Câu 7. Biết $\int (2 \sin x + \cos x)^2 dx = a \sin 2x - \cos 2x + bx + C$, với $a, b \in \mathbb{Q}$. Tính $a^2 + b^2$.

- A. $\frac{17}{2}$. B. $\frac{109}{4}$. C. $\frac{17}{16}$. D. $\frac{109}{16}$.

Câu 8. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn đồng thời các điều kiện $f'(x) = x + \sin x$ và $f(0) = 1$. Tìm $f(x)$.

- A. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x$. B. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x - 2$.
C. $f(x) = \frac{x^2}{2} - \cos x + 2$. D. $f(x) = \frac{x^2}{2} + \cos x + \frac{1}{2}$.

Câu 9. Một nguyên hàm $F(x)$ của hàm số $f(x) = \sin x + \frac{1}{\cos^2 x}$ thỏa mãn $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = \frac{\sqrt{2}}{2}$ là

- A. $-\cos x + \tan x + C$. B. $-\cos x + \tan x - \sqrt{2} + 1$.
 C. $\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$. D. $-\cos x + \tan x + \sqrt{2} - 1$.

Câu 10. Biết $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1 + 2x^2}{x}$ thỏa mãn $F(-1) = 3$. Khẳng định nào sau đây đúng?

- A. $F(x) = \ln|x| + x + 2$. B. $F(x) = \ln|x| + x^2 - 2$.
 C. $F(x) = \ln|x| + 2x^2 + 1$. D. $F(x) = \ln|x| + x^2 + 2$.

Câu 11. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm $f'(x)$ liên tục và có một nguyên hàm là hàm số $F(x)$. Tìm nguyên hàm $I = \int [2f(x) + f'(x) + 1] dx$.

- A. $I = 2F(x) + f(x) + x + C$. B. $I = 2F(x) + xf(x) + C$.
 C. $I = 2xF(x) + f(x) + x + 1$. D. $I = 2xF(x) + f(x) + x + C$.

Câu 12. Cho hàm số $f(x) = \frac{1}{\sin^2 x}$. Nếu $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ và đồ thị hàm số $F(x)$ đi qua điểm $M\left(\frac{\pi}{6}; 0\right)$ thì $F(x)$ là

- A. $-\frac{\sqrt{3}}{3} + \cot x$. B. $-\sqrt{3} + \cot x$. C. $\sqrt{3} - \cot x$. D. $\frac{\sqrt{3}}{3} - \cot x$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Biết $F(x) = x^3 - 3x^2 + 2x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} .

- a) $F(1) = 0$.
 b) $\int F(x)dx = 3x^2 - 6x + 2$.
 c) $f(x) = 3x^2 - 6x + 2$.
 d) Nếu $G(x)$ cũng là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ trên \mathbb{R} thì $F(x) = G(x)$.

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1; 4\}$ có $f'(x) = \frac{2x - 5}{x^2 - 5x + 4}$ thỏa mãn $f(3) = 1 - \ln 2$.

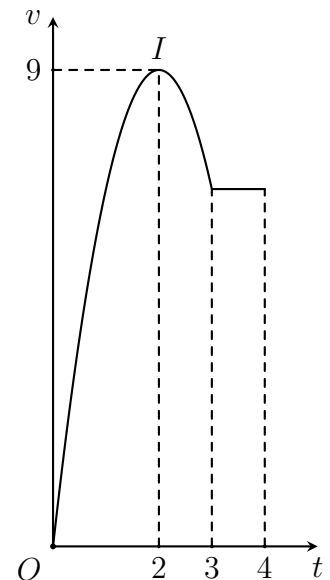
- a) $f'(5) = -\frac{5}{4}$.
 b) $f'(x) = \frac{1}{x-1} + \frac{1}{x-4}$.
 c) $f(x) = \ln|x-1| + \ln|x-4| + 1 - 2\ln 2$.
 d) Giá trị $f(2)$ bằng $1 + \ln 2$.

Câu 3. Cho $F(x) = mx^3 + (3m + 2)x^2 - 4x + 3$ là một nguyên hàm của $f(x) = 3x^2 + 10x - 4$.

- a) Hai hàm số $F(x)$ và $f(x)$ đều có nguyên hàm với mọi giá trị của m .
- b) Một nguyên hàm của $f(x)$ là $x^3 + 10x^2 - 4$.
- c) Để hàm số $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x)$ thì $m = 1$.
- d) Phương trình $F(x) = -4$ có ba nghiệm phân biệt.

Câu 4.

Một vật chuyển động trong 4 giờ với vận tốc v (km/h) phụ thuộc thời gian t (h) có đồ thị của vận tốc như hình bên. Trong khoảng thời gian 3 giờ kể từ khi bắt đầu chuyển động, đồ thị đó là một phần của parabol có đỉnh $I(2; 9)$ với trục đối xứng song song với trục tung, khoảng thời gian còn lại đồ thị là một đoạn thẳng song song với trục hoành.



- a) Vận tốc lớn nhất của chuyển động là 9 (km/h).
- b) $v(t) = -\frac{9}{4}t^2 + 9t$, với $0 \leq t \leq 3$.
- c) $v(t) = \frac{27}{4}t$, với $3 \leq t \leq 4$.
- d) Quãng đường vật di chuyển được trong 4 giờ là 27 km.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho hàm số $f(x)$ thỏa mãn $f'(x) = 27 + \cos x$ và $f(0) = 25$. Tính $f(1)$. (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười). KQ:

Câu 2. Cho biết $\int \frac{4x + 1}{2x + 3} dx = ax - \frac{b}{2} \ln(2x + 3) + C$ với $x \in \left(-\frac{3}{2}; +\infty\right)$ (a, b là các số nguyên dương). Tính $2a - b$. KQ:

Câu 3. Gọi $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^x$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x - 1)^2 e^x$. Tính $S = a + 2b + c$. KQ:

Câu 4. Một vật chuyển động có gia tốc là $a(t) = 3t^2 + t$ (m/s²). Biết rằng vận tốc ban đầu của vật là 2 m/s. Vận tốc của vật đó sau 4 giây là bao nhiêu (m/s)? KQ:

Câu 5. Cho hàm số $f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 4]$ thỏa mãn $f(1) = 2$ và $f(x) = x^3 + 1 - xf'(x)$. Tính $f(4)$ (Kết quả làm tròn đến hàng phần mười). KQ:

Câu 6. Cho hàm số $y = f(x)$ có đạo hàm liên tục trên $[1; 2]$ thỏa mãn $f(1) = 4$ và $f(x) = xf'(x) - 2x^3 - 3x^2$. Tính $f(2)$. KQ:

B. ĐỀ 2

PHẦN 1. Câu trắc nghiệm nhiều phương án lựa chọn

Câu 1. Cho $F(x)$ là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \sin\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. Khi đó $F'(x)$ bằng
 A. $\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. B. $\sin x$. C. $-\cos\left(\frac{\pi}{2} - x\right)$. D. $\cos x$.

Câu 2. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = 2x + \frac{3}{x^2}$ là
 A. $x^2 - \frac{3}{x} + C$. B. $x^2 + \frac{3}{x} + C$.
 C. $x^2 + 3 \ln x^2 + C$. D. $x^2 + \frac{3}{2} \ln |x^2| + C$.

Câu 3. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và thỏa mãn $F(e^2) = 3$. Khi đó $F(x)$ bằng
 A. $\ln |x| + 5$. B. $\ln |x| + 1$. C. $\ln |x| + 3$. D. $\ln |x| - 1$.

Câu 4. $\int \frac{1}{1 + \cos 2x} dx$ bằng
 A. $\frac{1}{2} \tan x + C$. B. $2 \tan x + C$. C. $\frac{1}{2} \tan 2x + C$. D. $2 \tan 2x + C$.

Câu 5. $\int \left(\frac{1}{e^{3x}} + 1\right) dx$ bằng
 A. $-\frac{1}{3e^{3x}} + x + C$. B. $\ln(e^{3x}) + x + C$.
 C. $-\frac{3}{e^{3x}} + x + C$. D. $\frac{1}{3} \ln(e^{3x}) + x + C$.

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^{2x}$ và thỏa mãn $F(\ln 2) = 5$. Khi đó $F(x)$ bằng
 A. $\frac{1}{2}e^{2x} + 4$. B. $2e^{2x} + 1$. C. $\frac{1}{2}e^{2x} + 3$. D. $2e^{2x} - 3$.

Câu 7. $\int \frac{1-x}{1+\sqrt{x}} dx$ bằng
 A. $x - \frac{1}{\sqrt{x}} + C$. B. $x - \frac{1}{2\sqrt{x}} + C$. C. $x - \frac{3}{2}x\sqrt{x} + C$. D. $x - \frac{2}{3}x\sqrt{x} + C$.

Câu 8. Một nguyên hàm của $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x+9} - \sqrt{x}}$ là
 A. $\frac{2}{3 \left[\sqrt{(x+9)^3} - \sqrt{x^3} \right]}$. B. $\frac{2}{27} \left[\sqrt{(x+9)^3} - \sqrt{x^3} \right]$.
 C. $\frac{2}{27} \left[\sqrt{(x+9)^3} + \sqrt{x^3} \right]$. D. $\frac{2}{3 \left[\sqrt{(x+9)^3} + \sqrt{x^3} \right]}$.

Câu 9. Họ nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{3}{\cos^2 2x}$ là

- A. $\frac{3}{2}(1 + \tan 2x) + C$. B. $6(1 + \tan 2x) + C$.
 C. $6(1 + \tan^2 2x) + C$. D. $\frac{3}{2}(1 + \tan^2 2x) + C$.

Câu 10. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm $f(x) = \sin x - \cos x$ và thỏa $F\left(\frac{\pi}{4}\right) = 0$. Khi đó $F(x)$ bằng

- A. $-\cos x - \sin x + \sqrt{2}$. B. $-\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$.
 C. $\cos x - \sin x + \sqrt{2}$. D. $\cos x - \sin x + \frac{\sqrt{2}}{2}$.

Câu 11. Hàm số nào dưới đây có một nguyên hàm là $F(x) = \ln(x + \sqrt{1 + x^2})$?

- A. $f(x) = x\sqrt{1 + x^2}$. B. $f(x) = \frac{1}{\sqrt{1 + x^2}}$.
 C. $f(x) = \frac{x}{\sqrt{1 + x^2}}$. D. $f(x) = \sqrt{1 + x^2}$.

Câu 12. Cho $F(x)$ và $G(x)$ lần lượt là nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos^2 x$ và $g(x) = \sin^2 x$. Khi đó $F(x) - G(x)$ bằng

- A. $2 \sin 2x + C$. B. $2 \cos 2x + C$. C. $\cos 2x + C$. D. $\frac{1}{2} \sin 2x + C$.

PHẦN 2. Câu trắc nghiệm đúng sai

Câu 1. Cho hàm số $f(x) = \left(\sin \frac{x}{2} + \cos \frac{x}{2}\right)^2$.

- a) $f(x) = 1 + \cos x$.
 b) $f(x)$ liên tục trên \mathbb{R} .
 c) $\int f(x)dx = x - \sin x + C$.
 d) $F(x)$ là một nguyên hàm của $f(x)$ thỏa mãn $F(0) = 1$. Khi đó $F(x) = x - \cos x + 2$.

Câu 2. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = e^x - \frac{4}{x}$ trong $\mathbb{R} \setminus \{0\}$ thỏa mãn $F(2) = e^2$.

- a) $F'(x) = e^x - \frac{4}{x}$.
 b) $f'(x) = e^x + \ln|x|$.
 c) $F(x) = e^x - 4 \ln|x| - e^2 + 4 \ln 2$.
 d) Phương trình $F(x) = e^x$ có nghiệm duy nhất.

Câu 3. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{2}\right\}$, thỏa $f'(x) = \frac{2}{2x-1}$, $f(0) = 1$ và $f(1) = 2$.

- a) $f(x) = \ln|2x - 1| + C$ với $C \in \mathbb{R}$.
 b) $f(x) = \ln(1 - 2x) + 1 \forall x \neq \frac{1}{2}$.

c) Giá trị của biểu thức $f(-1) + f(3)$ bằng $3 + \ln 15$.

d) Với $x > \frac{1}{2}$ thì $\int e^{f(x)} dx = 2(x^2 - x) + C$.

Câu 4. Một vận động viên điền kinh chạy với gia tốc $a(t) = -\frac{1}{24}t^3 + \frac{5}{16}t^2$ (m/s²), trong đó t là khoảng thời gian tính từ lúc xuất phát.

a) Vận tốc của vận động viên được tính theo công thức $v(t) = -\frac{1}{96}t^4 + \frac{5}{48}t^3 + 3t$ m/s.

b) Vận tốc của vận động viên tại giây thứ 5 là 6,51 (m/s).

c) Quãng đường chạy được của vận động viên sau thời gian t giây được tính theo công thức $S(t) = -\frac{1}{480}t^5 + \frac{5}{206}t^4$ (m).

d) Sau 4 giây thì vận động viên chạy được quãng đường là 6,2 m.

PHẦN 3. Câu trắc nghiệm trả lời ngắn.

Câu 1. Cho $F(x) = (ax + 2b)e^x$ ($a, b \in \mathbb{R}$) là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = (x + 5)e^x$. Tính giá trị của $a^2 + 2b^2$. KQ:

Câu 2. Cho hàm số $f(x)$ xác định trên $\mathbb{R} \setminus \{1\}$ thỏa mãn $f'(x) = \frac{1}{x-1}$, $f(0) = 2$, $f(4) = 3$. Tính giá trị của biểu thức $f(-2) + f(2)$. KQ:

Câu 3. Một vật chuyển động có gia tốc là $a(t) = \frac{3}{t+1}$ (m/s²). Biết rằng vận tốc ban đầu của vật là 6 m/s. Vận tốc của vật đó sau 5 giây là bao nhiêu m/s² (làm tròn kết quả đến hàng phần mười)? KQ:

Câu 4. Biết $\int \frac{2x+3}{e^x} dx = (ax+b)e^{-x} + C$ (với $a, b \in \mathbb{R}$). Tính giá trị của $a - 2b$. KQ:

Câu 5. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \cos 2x$ và thỏa mãn $F(\pi) = 1$. Phương trình $F(x) = 1$ có tất cả bao nhiêu nghiệm trong đoạn $[0; 3\pi]$? KQ:

Câu 6. Cho $F(x)$ là một nguyên hàm của hàm số $f(x) = \frac{1}{x}$ và thỏa mãn $F(1) = -1$. Có tất cả bao nhiêu giá trị của x để $2F(x) = \frac{1}{F(x)+1} - 1$? KQ: