

- Bài 7.** Cho một dãy số có các số hạng đầu tiên là 1,8,22,43,. Hiệu của hai số hạng liên tiếp của dãy số đó lập thành một cấp số cộng: 7,14,21., 7n. số 35351 là số hạng thứ mấy của cấp số đã cho?
- Bài 8.** Người ta trồng 3003 cây theo dạng một hình tam giác như sau: hàng thứ nhất trồng 1 cây, hàng thứ hai trồng 2 cây, hàng thứ ba trồng 3 cây, ..., cứ tiếp tục trồng như thế cho đến khi hết số cây. Số hàng cây được trồng ?

3) cấp số nhân

Bài 1. Tìm số hạng đầu và công bội của cấp số nhân, biết:

$$\text{a) } \begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases} \quad \text{b) } \begin{cases} u_1 + u_2 + u_3 = 135 \\ u_4 + u_5 + u_6 = 40 \end{cases} \quad \text{c) } \begin{cases} u_2 = 6 \\ S_3 = 43. \end{cases}$$

Bài 2. Cho CSN (u_n) có các số hạng thỏa: $\begin{cases} u_1 + u_5 = 51 \\ u_2 + u_6 = 102 \end{cases}$

- a). Tìm số hạng đầu và công bội của CSN. b). Hỏi tổng bao nhiêu số hạng đầu tiên bằng 3069?
c). Số 12288 là số hạng thứ mấy?

Bài 3. Cho 3 số tạo thành một cấp số cộng có tổng 21. Nếu thêm 2, 3, 9 lần lượt vào số thứ nhất, số thứ hai, số thứ ba tạo thành một cấp số nhân. Tìm 3 số đó.

Bài 4. Cho 3 số dương có tổng là 65 lập thành một cấp số nhân tăng, nếu bớt một đơn vị ở số hạng thứ nhất và 19 đơn vị ở số hạng thứ ba ta được một cấp số cộng. Tìm 3 số đó.

Bài 5. Tìm 3 số hạng liên tiếp của một cấp số nhân biết tổng của chúng là 19 và tích là 216.

Bài 6. Tìm công bội của một cấp số nhân có số hạng đầu là 7, số hạng cuối là 448 và tổng số các số hạng là 889.

Bài 7. Tính các tổng sau:

a). $S_n = 2 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n$

b). $S_n = \frac{1}{2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{2^3} + \dots + \frac{1}{2^n}$

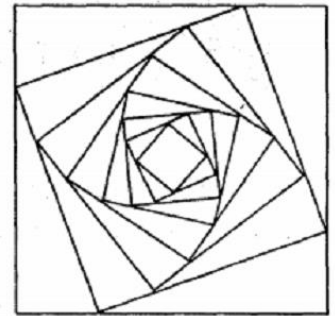
c). $S_n = \left(3 + \frac{1}{3}\right)^2 + \left(9 + \frac{1}{9}\right)^2 + \dots + \left(3^n + \frac{1}{3^n}\right)^2$

d). $S_n = 6 + 66 + 666 + \dots + \underbrace{666\dots6}_{n \text{ số } 6}$

Bài 8. Cho hình vuông (C_1) có cạnh bằng a . Người ta chia mỗi cạnh của hình vuông thành bốn phần bằng nhau và nối các điểm chia một cách thích hợp để có hình vuông (C_2) (Hình vẽ).

Từ hình vuông (C_2) lại tiếp tục làm như trên ta nhận được dãy các hình vuông $C_1, C_2, C_3, \dots, C_n$. Gọi S_i là diện tích của hình vuông C_i ($i \in \{1, 2, 3, \dots\}$). Đặt $T = S_1 + S_2 + S_3 + \dots + S_n + \dots$. Biết

$T = \frac{32}{3}$, tính a ?



II. GIỚI HẠN, HÀM SỐ LIÊN TỤC

1) GIỚI HẠN DÃY SỐ

Bài 1: Tính các giới hạn sau

1) $u_n = \frac{2n^2 - 2n + 1}{n^2 + 1}$.

2) $u_n = \frac{n^3 - 2n^2 - 3n + 1}{(n+1)(n^2 + 1)}$.

3) $u_n = \frac{(2n+1)(3n-1)^2}{n^3 - 3n}$.

4) $u_n = \frac{1}{n} + \frac{2}{2n^2 + 1}$.

5) $u_n = \frac{n^3 + 2n + 3}{n^4 + 3n^2 + 2}$.

6) $u_n = \frac{\sqrt{n^2 + 1} - 2n - 2}{2n + 1}$.

Bài 2: Tính giới hạn của các dãy số sau

$$1) u_n = \frac{3^n - 4^n}{2^n - 2 \cdot 4^n}.$$

$$2) u_n = \frac{5^n - 6^{n+1}}{2^n - 3 \cdot 6^n}.$$

$$3) u_n = \frac{3^n - 7^n}{4^n + 8^n}.$$

Bài 3: Tính giới hạn của các dãy số sau

$$1) u_n = n^3 - 2n + 1.$$

$$2) u_n = -2n^3 + 2n^2 + 1.$$

$$3) u_n = \frac{-2n^3 + 2n - 4}{2n^2 + 1}.$$

Bài 4: Tính giới hạn của các dãy số sau

$$1) u_n = \sqrt{n^2 + n} - n.$$

$$2) u_n = \sqrt{4n^2 + n + 1} - 2n$$

$$3) u_n = \sqrt[3]{n^3 + n^2 + 1} - n.$$

$$4) u_n = \sqrt{n^2 + n} + \sqrt{n^2 + 1} - 2n.$$

$$5) u_n = \sqrt{9n^2 + 3n + 4} - \sqrt{4n^2 + 1} - \sqrt{n^2 + 1}$$

6)

$$u_n = \sqrt[3]{n^3 + 2n^2 + 2} - \sqrt{n^2 + 2n}$$

Bài 5: Tính các tổng sau

$$1) S = 1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4} + \dots + \left(\frac{1}{2}\right)^n + \dots$$

$$2) H = -3 + 1 - \frac{1}{3} + \frac{1}{9} - \dots + \left(-\frac{1}{3}\right)^n + \dots$$

Bài 7: Viết các số sau về dạng phân số tối giản

$$1) a = 1,(14).$$

$$2) b = 4,2(12)$$

$$c) c = 2,34(12).$$

2) GIỚI HẠN HÀM SỐ

Bài 1. Tìm các giới hạn sau:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 + x - 6}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 3x^2 + 2x}{x^2 - x - 6}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^5 + 1}{x^3 + 1}$$

Bài 2. Tìm các giới hạn sau:

$$a. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x^2 + 5} - 3}{x - 2}$$

$$b. \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - \sqrt{x + 2}}{\sqrt{4x + 1} - 3}$$

$$c. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{x}{\sqrt{1 + x} - 1}$$

Bài 3. Tìm các giới hạn sau: a. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt{1-x}}{x}$

$$b. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{3x+4} - \sqrt[3]{8+5x}}{x}$$

Bài 4. Tìm giới hạn a. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^2 + 1}{2x^2 - x + 1}$ b. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 - x + 1}{x - 1}$ c. $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{2x^2 + 1}{x^3 - 3x^2 + 2}$

3) HÀM SỐ LIÊN TỤC

Bài 1. Xét tính liên tục của hàm số sau

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & x \neq 1 \\ -1, & x = 1 \end{cases} \text{ tại } x = 1.$$

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{2x^2 + 1} - 1}{x^3 + x}, & x \neq 0 \\ 2, & x = 0 \end{cases}$$

Bài 2. Xét tính liên tục của hàm số

$$1) f(x) = \begin{cases} \frac{x + \sqrt{x+2}}{x+1} & \text{khi } x > -1 \\ 2x+3 & \text{khi } x \leq -1 \end{cases} \text{ tại } x = -1$$

$$2) f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 5x + 6}{2x^3 - 16} & \text{khi } x < 2 \\ 2 - x & \text{khi } x \geq 2 \end{cases} \text{ tại } x = 2.$$

Bài 3. Tìm điều kiện để hàm số liên tục

- 1) Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{2x^2 - 5x + 2}{x - 2}, & x \neq 2 \\ 2m - 1, & x = 2 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 2$.
- 2) Cho $f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x^2 + x + 2} - \sqrt{2x^2 - x + 3}}{x - 1}, & x \neq 1 \\ m^2 - m - 1, & x = 1 \end{cases}$. Tìm m để hàm số liên tục tại $x = 1$.

III. QUAN HỆ SONG SONG

Bài 1: Cho tứ diện $ABCD$ có G là trọng tâm của tam giác $ABC, M \in CD$ với $MC = 2MD$.

a) Chứng minh $MG \parallel (ABD)$. b) $(ABD) \cap (BGM)$. c) $(ABD) \cap (AGM)$.

Bài 2: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi G là trọng tâm của tam giác SAB và $E \in AD: DE = 2EA$. Chứng minh $GE \parallel (SCD)$.

Bài 3: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB, CD .

a) Chứng minh $MN \parallel (SBC), MN \parallel (SAD)$.

b) Gọi P là trung điểm của SA . Chứng minh SB, SC song song với (MNP) .

c) Gọi G_1, G_2 lần lượt là trọng tâm của tam giác ABC, SBC . Chứng minh $G_1G_2 \parallel (SAC)$.

Bài 4. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi H, I, K lần lượt là trung điểm của SA, SB, SC

a) Chứng minh rằng: $(HIK) \parallel (ABCD)$

b) Gọi M là giao điểm của AI và KD, N là giao điểm của DH và CI . Chứng minh rằng $(SMN) \parallel (HIK)$

Bài 5. Cho lăng trụ tam giác $ABC.A'B'C'$ có I, K, G lần lượt là trọng tâm các tam giác $ABC, A'B'C', ACC'$. Chứng minh:

a) $(IKG) \parallel (BCC'B')$.

b) $(A'KG) \parallel (AIB')$.

Bài 6. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành, các điểm M, N lần lượt thuộc các

cạnh SB, AC sao cho $\frac{BM}{MS} = \frac{CN}{NA} = x, (0 < x \neq 1)$. Gọi G là trọng tâm tam giác SCD . Tìm x

để $(MNG) \parallel (SAD)$.

Bài 7. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành. Gọi M là trung điểm của $BC, N \in SC: SN = 2NC$.

1) Tìm $I = SD \cap (AMN)$.

2) Tính $\frac{SI}{SD}$.

Bài 8. Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy là hình bình hành tâm O . Gọi M, N là trung điểm của SB, SD .

1) Tìm $H = SC \cap (AMN)$.

2) Tính $\frac{SH}{SC}$.